Vérifions dans (1) pour $\alpha = 3$.

$(3)^3 - 3(3)^2 - 4.3 + 12 = 27 - 27 - 12 + 12 = 0$ D'où 3 est une solution réelle de(E).

2) 3 est une solution de E⇒

$$P(z) = (z-3)\left[z^2 + b.z + c\right]$$

$$P(z) = z^3 + (b-3)z^2 + (c-3b)z - 3c$$

Identifions

On aura : $\begin{cases} b-3 = -(3+4i) \\ c-3b = -4(1-3i) \\ -3c = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -4i \\ c = -4 \end{cases}$ D'où : $P(z) = (z-3)\left[z^2 - 4iz - 4\right]$

$$(E) \Leftrightarrow (z-3)(z^2 - 4iz - 4) = 0 \Leftrightarrow z = 3 \; ou \; z^4 - 4iz - 4 = 0 \Leftrightarrow z = 3 \; ou \; (z-2i)^2 = 0 \Leftrightarrow z = 3 \; ou \; z = 2i$$

$$S_{\mathbb{C}} = \{3; 2i\}.$$

EX 14 PAGE32:

$$(E) : z^3 = 2 + 11i$$

1)

$$(2+i)^3 = 2^3 + 3.2^2 i + 3.2(i)^2 + i^3 = 8 + 12i - 6 - i = 2 + 11i$$

D'où $z_0 = 2 + i$ est solution de (E)

2) $(E) \Leftrightarrow z^3 - (2+11i) = 0$ Soit $f(z) = z^3 - (2+11i)$

On a : $f(2+i) = 0$ D'où $f(z) = \left[z - (2+i)\right].\left[z^2 + bz + c\right]$

$$f(z) = z^3 + (b-2-i)z^2 + \left[c - b(2+i)\right]z - c(2+i)$$

Identifions ON AURA $\begin{cases} b-2-i = 0 \\ c-b(2+i) = 0 \\ -c(2+i) = -(2+11i) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 2+i \\ c = 3+4i \end{cases}$